4색 구분 정리와 페르마 정리 증명

4색 구분 정리 증명

[1] 한 지역과 한 지역에 접하는 주변의 모든 지역들을 구분함에는 4색으로 충분하다. 여기에서, 한 지역은 모든 모양의 무수한 지역들을 포함할 수 있다.

[증명] 한 지역에 접하는 주변의 모든 지역들은 3색으로 충분히 구분되기 때문이다.

[2] 한 지역에 접하는 모든 지역들은 3색으로 충분히 구분된다.

[증명] 한 지역 내의 한 점과 주변 지역들의 경계선들이 한 지역의 경계선과 만나는 점들을 연결할 때, 이 지역들은 결국 한 점에 접하는 지역들과 마찬가지로서 3색으로 충분히 구분되기 때문이다.

[3] 한 점에 접하는 모든 지역들은 3색으로 충분히 구분된다.

[증명] 한 점에 접하는 지역들 중에서 한 지역을 선택할 때, 이 선택된 지역에 접하는 주변의 모든 지역들은 2색으로 충분히 구분되기 때문이다.

2 가지 방법의 페르마 정리 증명

$$X^n+Y^n=Z^n$$

$A=Z-Y$, $B=Z-X$

$$X=G(AB)^{1/n}+A,\ Y=G(AB)^{1/n}+B,\ Z=G(AB)^{1/n}+A+B,\ X+Y-Z=G(AB)^{1/n}$$

$$\{G(AB)^{1/n}+A\}^n+\{G(AB)^{1/n}+B\}^n=\{G(AB)^{1/n}+A+B\}^n$$

$n=1$ 일 때, $G=0$ 이고, $n=2$ 일 때, $G=2^{1/2}>0$ 임.

$$X=(2AB)^{1/2}+A,\ Y=(2AB)^{1/2}+B,\ Z=(2AB)^{1/2}+A+B$$

$c^2=A=Z-Y$, $2d^2=B=Z-X$ 일 때,

$$X=2cd+c^2,\ Y=2cd+2d^2 \text{ and } Z=2cd+c^2+2d^2$$

$c+d=e$ 일 때,

$$X=e^2-d^2,\ Y=2ed,\ Z=e^2+d^2.$$

페르마정리 증명 제1방법

$$X^n+Y^n=Z^n$$

$$(X^{n/2})^2+(Y^{n/2})^2=(Z^{n/2})^2$$

$a=Z^{n/2}-Y^{n/2}$, $b=Z^{n/2}-X^{n/2}$

$$\{G(ab)^{1/2}+a\}^2+\{G(ab)^{1/2}+b\}^2=\{G(ab)^{1/2}+a+b\}^2$$

$G=2^{1/2}>0$

$$X^{n/2}=(2ab)^{1/2}+a,\ Y^{n/2}=(2ab)^{1/2}+b,\ Z^{n/2}=(2ab)^{1/2}+a+b$$

$$X^n=\{(2ab)^{1/2}+a\}^2,\ Y^n=\{(2ab)^{1/2}+b\}^2,\ Z^n=\{(2ab)^{1/2}+a+b\}^2$$

홀수 n 에서 X, Y 와 Z 가 자연수일 때, 위식의 X^n, Y^n 과 Z^n 는 자연수이지만, 우변의 $\{(2ab)^{1/2}+a\}^2$, $\{(2ab)^{1/2}+b\}^2$, $\{(2ab)^{1/2}+a+b\}^2$ 은 자연수가 될 수 없는 모순이 발생함으로 X, Y 와 Z 는 자연수가 될 수 없다. 그러나 짝수 n 에서는 위와 같은 모순이 발생하지 않는다.

한편, 짝수 n 에서는 모든 피타고라스 수가 거듭제곱이 될 수 없음으로 자연수 해를 가질 수가 없는 것이다.

페르마정리 증명 제2방법

$$\{G(AB)^{1/n}+A\}^n+\{G(AB)^{1/n}+B\}^n=\{G(AB)^{1/n}+A+B\}^n$$

위 식에서 A=B 일 때, $G=[\{2^{(n-2)/n}+\cdots+2^{1/n}+1\}^n\{2A^{(n-2)}\}]^{1/n}$

을 구할 수가 있고,

상기의 식들을 이용하여, 모든 자연수 A, B에서

$G(AB)^{1/n}$ 이 절대로 자연수가 될 수 없음이 증명된다.